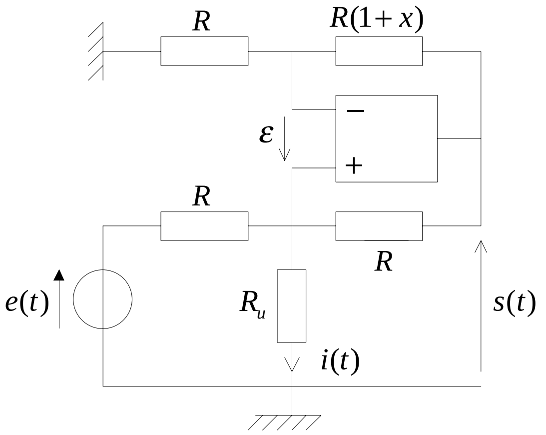
-EXERCICE 6.7-

• ENONCE :

« Stabilité d'une source de courant »



L'A.O est parfait, et fonctionne dans son domaine linéaire dans la 1ère question .

1) Pour quelle valeur de x réalise-t-on une source de courant commandée par la tension e(t) ?

2) on revient à une valeur quelconque de x; on suppose en outre que l'A.O est caractérisé par l'équation différentielle :

$$\tau \frac{ds(t)}{dt} + s(t) = \mu_0 \varepsilon(t) \quad \text{avec } \mu_0 \gg 1 \text{ et } \tau \succ 0$$

Discuter la stabilité du montage en donnant une inégalité entre R, R_u et x.

Reprendre le cas où l'on a réalisé une source de courant.

Rq1 : on notera bien que dans cette question, la linéarité n'est pas acquise puisque le montage n'est pas forcément stable $\Rightarrow$ à priori, $\varepsilon(t) \neq 0$.

Rq2 : l'équation différentielle proposée revient à considérer l'A.O comme un filtre passe-bas du 1er ordre, μ_0 représentant le gain statique (valeur typique : $\mu_0 \geq 10^5$).

• CORRIGE :

«Stabilité d'une source de courant »

1) le courant $i(t)$ est donné par : $i(t)=\dfrac{v_+(t)}{R_u}$.

• Le théorème de Millman appliqué à la borne « + » de l'A.O fournit : $v_+=\dfrac{\dfrac{e}{R}+0+\dfrac{s}{R}}{\dfrac{1}{R}+\dfrac{1}{R_u}+\dfrac{1}{R}}=\dfrac{e+s}{2+\dfrac{R}{R_u}}$

• De la même manière : $v_-=\dfrac{0+\dfrac{s}{R(1+x)}}{\dfrac{1}{R}+\dfrac{1}{R(1+x)}}=\dfrac{s}{2+x}=v_+$, en fonctionnement linéaire.

• On a donc : $s=(2+x)\times v_+ \Rightarrow \left(2+\dfrac{R}{R_u}\right)v_+=e+(2+x)v_+ \Rightarrow v_+\left(\dfrac{R}{R_u}-x\right)=e$; on en déduit :

$i(t)=\dfrac{v_+(t)}{R_u}=\dfrac{e(t)}{R-xR_u}$ $\Rightarrow$ pour avoir une source de courant, il faut que le courant $i(t)$ dans la charge R_u ne dépende pas de cette charge $\Rightarrow$ la relation cherchée est : $\boxed{x=0}$ $\Rightarrow$ $\boxed{i(t)=\dfrac{e(t)}{R}}$

2) Les relations donnant $v_-(t)$ et $v_+(t)$ restent valables, mais on ne peut plus dire que $v_-=v_+$; en revanche, on peut exprimer $\varepsilon(t)$:

$$\varepsilon(t)=v_+(t)-v_-(t)=\frac{e(t)+s(t)}{2+\dfrac{R}{R_u}}-\frac{s(t)}{2+x}=\frac{e(t)}{2+\dfrac{R}{R_u}}+s(t)\times\left(\frac{1}{2+\dfrac{R}{R_u}}-\frac{1}{2+x}\right)$$

• En remplaçant dans l'équation différentielle liant $s(t)$ et $\varepsilon(t)$, on obtient :

$$\boxed{\tau\frac{ds(t)}{dt}+\left[1+\mu_0\left(\frac{1}{2+x}-\frac{1}{2+R/R_u}\right)\right]\times s(t)=\frac{\mu_0}{2+R/R_u}\times e(t)}$$

• La solution de l'équation différentielle linéaire précédente est la somme de la solution particulière avec second membre et de la solution générale sans second membre.

La solution particulière ayant même forme mathématique que le second membre, elle reste bornée si l'on suppose que $e(t)$ est bornée (dans le cas contraire, il est clair que le montage part en saturation !).

Il suffit donc de s'intéresser au régime libre, qui ne doit pas diverger ; dans le cours (chapitre 6), nous avons vu qu'une condition nécessaire et suffisante est que tous les coefficients de l'équation différentielle soient du même signe.

Ici, la condition cherchée est donc : $1+\mu_0\left(\dfrac{1}{2+x}-\dfrac{1}{2+R/R_u}\right)\succ 0 \Rightarrow \dfrac{1}{2+x}-\dfrac{1}{2+R/R_u}\succ -\dfrac{1}{\mu_0}\simeq 0$

$\Rightarrow 2+\dfrac{R}{R_u}\succ 2+x \qquad \Rightarrow \boxed{R_u \prec \dfrac{R}{x}}$

• Dans le cas de la source de courant, $x=0 \Rightarrow$ la condition de stabilité devient :

$R_u \prec \dfrac{R}{0}=\infty \Rightarrow$ **la stabilité est alors toujours assurée**.